

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. М.В. ЛОМОНОСОВА

2023 год

Вариант 11.

1. Вычислите

$$\left(\frac{a^3 + b^3}{a + b} + \frac{ab^2 - a^2b}{a - b} \right) : (a + b)^{-2}, \quad a = \sqrt{5}, \quad b = \sqrt{2}$$

2. Решите уравнение

$$\sqrt{x-7} - \sqrt{(6-x)^2} - \sqrt[3]{(\sqrt{(x-7)} - x)^3} = \frac{x}{8}$$

3. Решите неравенство

$$\frac{9|x+2| - 3}{3|x+1| - 1} \leq 3$$

4. Окружность радиуса $\sqrt{6}$ с центром на основании AC равнобедренного треугольника ABC касается его боковых сторон. Отрезок, соединяющий вершину A с точкой касания P , лежащей на стороне BC , пересекает высоту равнобедренного треугольника BH в точке O . Известно, что $AO : OP = 3 : 2$. Найти площадь треугольника OPC .

5. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$(x^2 + 2ax + a) \cdot \sqrt{2-x} = 0$$

имеет два различных корня?