

1. Найдите $f\left(\frac{5}{3}\right)$, если $f(x) = \frac{x}{x-1} - \frac{4}{9}$.
2. Разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения $x^2 + ax + 10 = 0$ равна 3. Найдите все возможные значения a .
3. Решите уравнение $2 \cos 2x + 3 \sin 2x + 4 \cos^2 x = -1$.
4. Решите неравенство $\log_{1+\log_x 7}(1 + \log_7^2 x) \leq 1$.
5. Две окружности касаются внутренним образом в точке P . Хорда QR внешней окружности касается внутренней окружности в точке S . Прямая PS пересекает внешнюю окружность в точках P и T . Найдите QT , если известно, что $PQ \parallel RT$, площадь четырёхугольника $PQTR$ равна $5\sqrt{5}$, а радиусы окружностей относятся как $7 : 10$.
6. Ровно в 13:00 из пункта A в пункт B выехал мотоциклист. Проехав четверть пути, наблюдательный мотоциклист заметил, что мимо него в сторону пункта A прошёл некий пешеход. В тот самый момент, когда мотоциклист прибыл в пункт B , из пункта B в пункт A выехал автомобиль. Когда до пункта A оставалось пятая часть пути, не менее наблюдательный водитель автомобиля заметил, что он поравнялся с тем самым пешеходом. Во сколько приехал автомобиль в пункт A , если известно, что пешеход прибыл в пункт A ровно в 17:00? Скорости пешехода, мотоцикла и автомобиля считать постоянными.
7. В основании правильной пирамиды с вершиной V лежит шестиугольник $KLMNOP$ со стороной 10. Плоскость π параллельна ребру LM , перпендикулярна плоскости OPV и пересекает ребро MN в точке T , так что $MT : TN = 1 : 4$. Кроме того, прямые, по которым π пересекает плоскость MNV и плоскость основания, перпендикулярны. Найдите площадь треугольника, отсекаемого плоскостью π от грани NOV .
8. Найдите наименьшее значение выражения

$$\sqrt{65 + \log_a^2 \cos ax - \log_a \cos^8 ax} + \sqrt{10 + \log_a^2 \sin ax + \log_a \sin^2 ax} + \sqrt{125 + \log_a^2 \operatorname{tg} ax - \log_a \operatorname{tg}^{10} ax}$$

и все пары (a, x) , при которых оно достигается.