

1. Найдите $f\left(\frac{3}{5}\right)$, если $f(x) = \frac{x}{1-x} - \frac{5}{7}$.

2. Разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения $x^2 + ax + 6 = 0$ равна 1. Найдите все возможные значения a .

3. Решите уравнение $6 \cos^2 x + 3 \cos 2x = 5 \sin 2x - 2$.

4. Решите неравенство $\log_{1+\log_5 x}(1 + \log_x^2 5) \leq 1$.

5. Две окружности касаются внутренним образом в точке S . Хорда AB внешней окружности касается внутренней окружности в точке T . Прямая ST пересекает внешнюю окружность в точках S и C . Найдите площадь четырёхугольника $SACB$, если известно, что $CA = 5$, $CB \parallel AS$, а радиусы окружностей относятся как $11 : 16$.

6. Ровно в 11:00 из пункта A в пункт B выехал велосипедист. Проехав две пятых пути, наблюдательный велосипедист заметил, что мимо него в сторону пункта A прошёл некий пешеход. В тот самый момент, когда велосипедист прибыл в пункт B , из пункта B в пункт A выехал мотоциклист. Когда до пункта A оставалось две седьмых пути, не менее наблюдательный мотоциклист заметил, что он поравнялся с тем самым пешеходом. Во сколько придёт пешеход в пункт A , если известно, что мотоциклист прибыл в пункт A ровно в 12:00? Скорости пешехода, велосипедиста и мотоциклиста считать постоянными.

7. В основании правильной пирамиды с вершиной S лежит шестиугольник $ABCDEF$ со стороной 20. Плоскость π параллельна ребру BC , перпендикулярна плоскости EFS и пересекает ребро CD в точке K , так что $CK : KD = 2 : 3$. Кроме того, прямые, по которым π пересекает плоскости CDS и ABS , параллельны. Найдите площадь треугольника, отсекаемого плоскостью π от грани DES .

8. Найдите наименьшее значение выражения

$$\sqrt{157 + \log_a^2 \cos \frac{x}{a} - \log_a \cos^{12} \frac{x}{a}} + \sqrt{29 + \log_a^2 \sin \frac{x}{a} + \log_a \sin^4 \frac{x}{a}} + \sqrt{47 + \log_a^2 \operatorname{tg} \frac{x}{a} - \log_a \operatorname{tg}^6 \frac{x}{a}}$$

и все пары (a, x) , при которых оно достигается.