

1. Найдите $f\left(\frac{7}{3}\right)$, если $f(x) = \frac{x}{x-1} + \frac{5}{3}$.

2. Разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения $x^2 + ax - 10 = 0$ равна 7. Найдите все возможные значения a .

3. Решите уравнение $8 \cos^2 x + \sin 2x = 3 + 2 \cos 2x$.

4. Решите неравенство $\log_{1-\log_x 2}(1 + \log_2^2 x) \leq 1$.

5. Две окружности касаются внутренним образом в точке A . Хорда BC внешней окружности касается внутренней окружности в точке D . Прямая AD пересекает внешнюю окружность в точках A и E . Найдите BE , если известно, что $EC = CA$, площадь четырёхугольника $ABEC$ равна $3\sqrt{3}$, а радиусы окружностей относятся как $2 : 3$.

6. Ровно в 10:00 из пункта A в пункт B выехала маршрутка. Проехав треть пути, наблюдательный водитель маршрутки заметил, что мимо него в сторону пункта A проехал некий велосипедист. В тот самый момент, когда маршрутка прибыла в пункт B , из пункта B в пункт A выехал грузовик. Когда до пункта A оставалось шестая часть пути, не менее наблюдательный водитель грузовика заметил, что он поравнялся с тем самым велосипедистом. Во сколько приехал грузовик в пункт A , если известно, что велосипедист прибыл в пункт A ровно в 15:00? Скорости велосипедиста, маршрутки и грузовика считать постоянными.

7. В основании правильной пирамиды с вершиной V лежит шестиугольник $KLMNOP$ со стороной 5. Плоскость π параллельна ребру KL , перпендикулярна плоскости NOV и пересекает ребро LM в точке T , так что $LT : TM = 3 : 2$. Кроме того, прямые, по которым π пересекает плоскость LMV и плоскость основания, перпендикулярны. Найдите площадь треугольника, отсекаемого плоскостью π от грани MNV .

8. Найдите наименьшее значение выражения

$$\sqrt{13 + \log_a^2 \cos \frac{x}{a} + \log_a \cos^4 \frac{x}{a}} + \sqrt{97 + \log_a^2 \sin \frac{x}{a} - \log_a \sin^8 \frac{x}{a}} + \sqrt{20 + \log_a^2 \operatorname{tg} \frac{x}{a} + \log_a \operatorname{tg}^4 \frac{x}{a}}$$

и все пары (a, x) , при которых оно достигается.