

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ, ПРЕДЛАГАВШИХСЯ  
НА ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ  
ИСПЫТАНИЯХ В МГУ В 2015 ГОДУ

МАТЕМАТИКА

Вариант 3

июль 2015 года

1. Найдите  $f(5)$ , если  $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{4}{x} - \frac{7}{15}$ .
2. Найдите сумму квадратов корней уравнения  $x^2 - 8x - 3 = 0$ .
3. Решите неравенство  $\cos x - \sqrt{2} \cos 2x + \sin x \leq 0$ .
4. Решите уравнение  $\log_x |3x^2 - 4| = 4 \log_{|3x^2 - 4|} x$ .
5. Окружность касается середины стороны  $BC$  треугольника  $ABC$  и пересекает сторону  $AB$  в точках  $D$  и  $E$ , так что  $AD : DE : EB = 1 : 2 : 1$ . Чему может равняться радиус окружности, если  $\angle BAC = 30^\circ$  и  $AC = 2/3$ ?
6. Велосипедист Василий выехал из пункта А в пункт Б. Проехав четверть пути, Василий наткнулся на выбоину, вследствие чего велосипед безнадежно вышел из строя. Не теряя времени, Василий бросил сломавшийся велосипед и пошел пешком обратно в пункт А за новым велосипедом. В момент поломки из пункта А выехал мотоциклист Григорий и, проехав 4 км, встретил Василия. Найдите расстояние между пунктами А и Б, если известно, что Василий добрался до пункта А тогда же, когда Григорий до пункта Б. Скорости велосипеда, мотоцикла и пешехода считать постоянными.
7. В правильную треугольную призму с основаниями  $ABC$ ,  $A'B'C'$  и ребрами  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  вписана сфера радиуса  $\sqrt{13}$ . Найдите расстояние между прямыми  $AE$  и  $BD$ , где  $E$  и  $D$  — точки, лежащие на  $A'B'$  и  $B'C'$  соответственно, и  $A'E : EB' = B'D : DC' = 1 : 2$ .
8. Найдите все пары  $(\alpha, \beta)$ , при которых достигается минимум выражения

$$\frac{4 - 3 \cos \alpha}{2 - \cos 2\alpha} + \frac{2 - \cos 2\alpha}{2\beta^4 + \beta^2 + 1} + \frac{2\beta^4 + \beta^2 + 1}{|\beta| + 1} + \frac{|\beta| + 1}{4 - 3 \cos \alpha}.$$