

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ, ПРЕДЛАГАВШИХСЯ
НА ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ
ИСПЫТАНИЯХ В МГУ В 2015 ГОДУ

МАТЕМАТИКА

Вариант 2

июль 2015 года

1. Найдите $f(3)$, если $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{5}{x} + \frac{7}{12}$.

2. Найдите сумму квадратов корней уравнения $x^2 + 9x - 2 = 0$.

3. Решите неравенство $\sin x + \sqrt{\frac{2}{3}} \cos 2x + \cos x \leq 0$.

4. Решите уравнение $\log_{\sqrt{x+1}} |4x - 1| = 4 \log_{|4x-1|} \sqrt{x+1}$.

5. Окружность радиуса 2 касается середины стороны AC треугольника ABC и пересекает сторону BC в точках K и L , так что $BK = KL = LC$. Чему может равняться AB , если $\angle ABC = 45^\circ$?

6. Лыжник Григорий ехал по довольно пологому склону, но, проехав две трети пути, проявил неуклюжесть и сломал лыжи. Отбросив их за ненадобностью, он тут же побрёл обратно. В момент поломки с вершины горы стартовал лыжник Василий и, проехав 800 метров, встретил Григория. Найдите длину трассы, если известно, что Василий закончил спуск ровно тогда, когда Григорий добрался до вершины горы. Скорости лыжников и пешехода считать постоянными.

7. В правильную треугольную призму с основаниями ABC , $A'B'C'$ и рёбрами AA' , BB' , CC' вписана сфера радиуса $\sqrt{21}$. Найдите расстояние между прямыми $A'K$ и $B'L$, где K и L — точки, лежащие на AB и BC соответственно, и $AK : KB = BL : LC = 2 : 3$.

8. Найдите все пары (x, y) , при которых достигается минимум выражения

$$\frac{2 - \cos x}{2 - \cos 2x} + \frac{2 - \cos 2x}{(y^2 + 1)^2} + \frac{(y^2 + 1)^2}{|y| + 1} + \frac{|y| + 1}{2 - \cos x}.$$