

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ, ПРЕДЛАГАВШИХСЯ
НА ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ
ИСПЫТАНИЯХ В МГУ В 2015 ГОДУ

МАТЕМАТИКА

Вариант 4

июль 2015 года

1. Найдите $f(3)$, если $f(x) = \frac{x}{7} + \frac{2}{x} - \frac{2}{21}$.
2. Найдите сумму квадратов корней уравнения $x^2 + 10x + 4 = 0$.
3. Решите неравенство $\cos x - \sqrt{\frac{2}{3}} \cos 2x - \sin x \geq 0$.
4. Решите уравнение $\log_{\sqrt{x+1}} |5x - 1| = 4 \log_{|5x-1|} \sqrt{x+1}$.
5. Окружность касается середины стороны AC треугольника ABC и пересекает сторону BC в точках K и L , так что $BK = KL = LC$. Чему может равняться радиус окружности, если $\angle ABC = 45^\circ$ и $AB = 1$?
6. Лыжник Григорий ехал по довольно пологому склону, но, проехав три четверти пути, проявил неуклюжесть и сломал лыжи. Отбросив их за ненадобностью, он тут же пошёл обратно. В момент поломки с вершины горы стартовал лыжник Василий. На каком расстоянии от вершины он встретит Григория, если длина трассы равна 2100 метров, а Василий закончит спуск ровно тогда, когда Григорий доберётся до вершины горы? Скорости лыжников и пешехода считать постоянными.
7. В правильную треугольную призму с основаниями ABC , $A'B'C'$ и рёбрами AA' , BB' , CC' вписана сфера. Найдите её радиус, если известно, что расстояние между прямыми $A'K$ и $B'L$ равно $\sqrt{21}$, где K и L — точки, лежащие на AB и BC соответственно, и $AK : KB = BL : LC = 2 : 3$.
8. Найдите все пары (x, y) , при которых достигается минимум выражения

$$\frac{2 - \sin x}{2 + \cos 2x} + \frac{2 + \cos 2x}{(y + 1)^2} + \frac{(y + 1)^2}{2\sqrt{y} + 1} + \frac{2\sqrt{y} + 1}{2 - \sin x}$$